

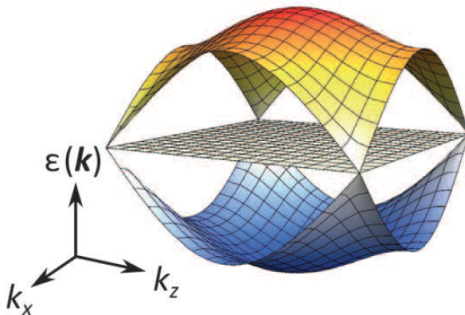
Хвильові процеси в квазі-одновимірних масивах джозефсонівських переходів

Дарина Букатова

Київський академічний університет

17 червня 2021

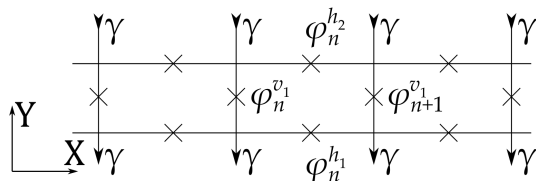
Плоскозонні моделі в фізиці



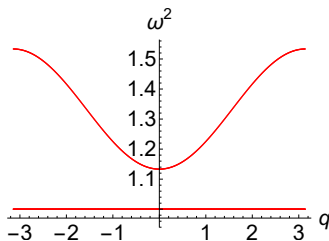
Приклад зонної структури з плоскою зоною

Taie et al. / Coherent driving and freezing of bosonic matter wave in an optical Lieb lattice. // Sci. Adv. 2015;1:e1500854

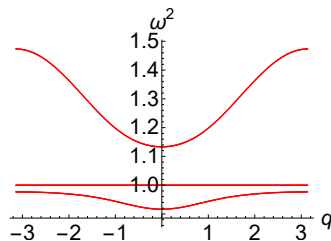
Мотивація



Двохрядна
джозефсонівська
драбинка



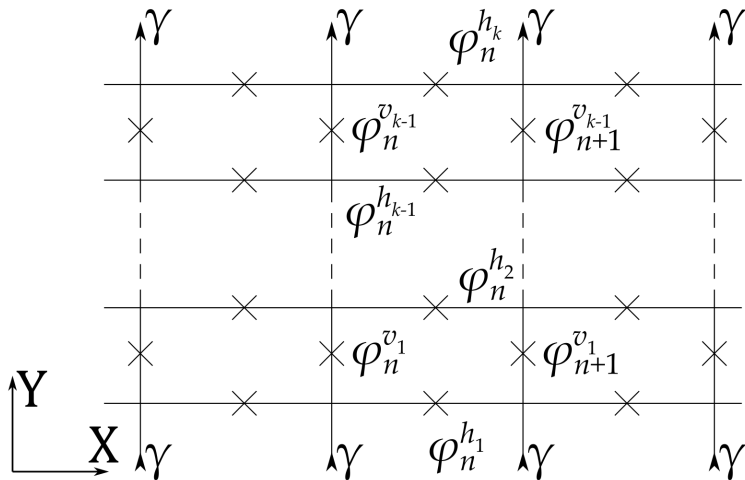
(a) $\gamma = 0$, $\eta = 1$, $\beta_L = 10$



(b) $\gamma = 0.4$, $\eta = 1$, $\beta_L = 10$

A. E. Miroschnichenko et al. / Breathers in Josephson junction ladders:
Resonances and electromagnetic wave spectroscopy. // Phys. Rev. E. 2001.
64 066601

Узагальнена джозефсонівська драбинка з k рядами



Рівняння руху для k-рядної драбинки

$$\frac{d^2 \varphi_n^{v_i}}{d(\omega_p t)^2} + \alpha \frac{d\varphi_n^{v_i}}{d(\omega_p t)} + \sin \varphi_n^{v_i} = \gamma + \frac{1}{\beta_L} (\Delta_x \varphi_n^{v_i} - \nabla \varphi_{n-1}^{h_i} + \nabla \varphi_{n-1}^{h_{i+1}}),$$

$$\frac{d^2 \varphi_n^{h_j}}{d(\omega_p t)^2} + \alpha \frac{d\varphi_n^{h_j}}{d(\omega_p t)} + \sin \varphi_n^{h_j} = \frac{1}{\eta \beta_L} \left(\Delta^y \varphi_n^{h_j} - \nabla \varphi_n^{v_{j-1}} + \nabla \varphi_n^{v_j} \right).$$

Граничні умови:

$$\frac{d^2 \varphi_n^{h_1}}{d(\omega_p t)^2} + \alpha \frac{d\varphi_n^{h_1}}{d(\omega_p t)} + \sin \varphi_n^{h_1} = \frac{1}{\eta \beta_L} (-\varphi_n^{h_1} + \varphi_n^{h_2} + \nabla \varphi_n^{v_1}),$$

$$\frac{d^2 \varphi_n^{h_k}}{d(\omega_p t)^2} + \alpha \frac{d\varphi_n^{h_k}}{d(\omega_p t)} + \sin \varphi_n^{h_k} = \frac{1}{\eta \beta_L} (\varphi_n^{h_k} - \varphi_n^{h_{k+1}} - \nabla \varphi_n^{v_k}),$$

$$i \in \{1, \dots, k-1\}, j \in \{2, \dots, k-1\}.$$

$$\omega_p \equiv \sqrt{\frac{2\pi I_c^v}{\Phi_0 C^v}}, \quad \alpha \equiv \frac{1}{R^v C^v \omega_p}, \quad \eta \equiv \frac{I_c^h}{I_c^v}, \quad \beta_L \equiv \frac{2\pi L I_c^v}{\Phi_0},$$

$$\Delta_x \varphi_n \equiv \varphi_{n+1} - 2\varphi_n + \varphi_{n-1}, \quad \Delta^y \varphi_n^{h_j} \equiv \varphi_{n-1}^{h_{j-1}} - 2\varphi_n^{h_j} + \varphi_{n+1}^{h_{j+1}},$$

$$\nabla \varphi_n \equiv \varphi_{n+1} - \varphi_n.$$

Частотний спектр для k-рядної драбинки

$$\omega_1^2 = 1 \quad \forall \quad k \geq 2,$$

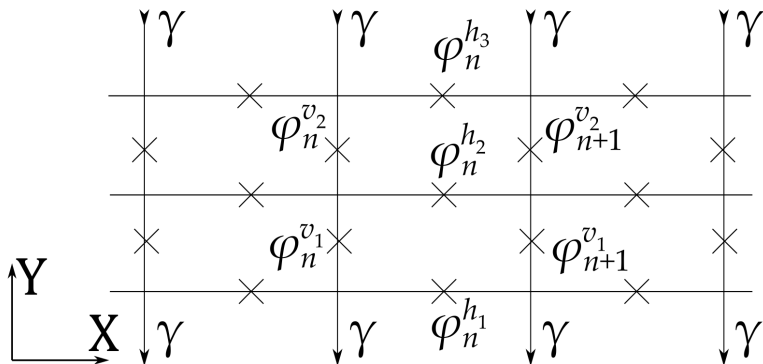
$$\omega_{\pm i}^2 = \frac{1}{2} \left(\lambda + 1 + \frac{a_i + 1}{\eta \beta_L} \right) \pm$$

$$\pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\lambda - 1 - \frac{a_i + 1}{\eta \beta_L} \right)^2 + \frac{2(a_i + 1)(1 - \cos q)}{\eta \beta_L^2}},$$

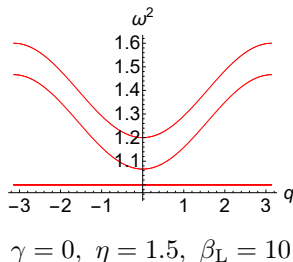
$$a_i \equiv 1 - 2 \cos \frac{\pi(i-1)}{k}, \quad 2 \leq i \leq k, \quad k \geq 2.$$

$$\lambda \equiv \sqrt{1 - \gamma^2} + \frac{2}{\beta_L} (1 - \cos q).$$

Приклад: 3-рядна драбинка



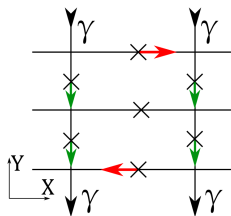
Спектр для 3-рядної драбинки при $\gamma = 0$



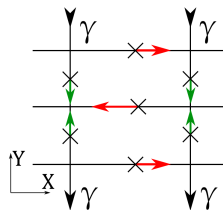
$$\omega_1^2 = \omega_{-2}^2 = \omega_{-3}^2 = 1,$$

$$\omega_{+2}^2 = 1 + \frac{1}{\beta_L \eta} + \frac{2}{\beta_L} (1 - \cos q),$$

$$\omega_{+3}^2 = 1 + \frac{3}{\beta_L \eta} + \frac{2}{\beta_L} (1 - \cos q).$$

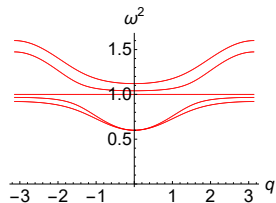


ω_{+2}

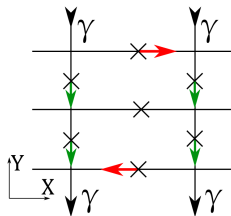
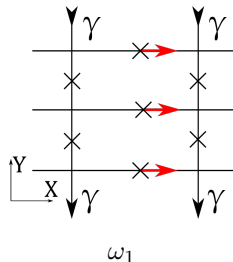


ω_{+3}

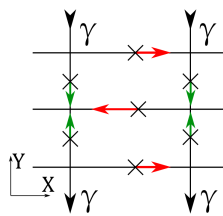
Спектр для 3-рядної драбинки при $\gamma \neq 0$



$$\gamma = 0.8, \eta = 5, \beta_L = 5$$



$$\omega_{-2} \text{ Ta } \omega_{+2}$$



$$\omega_{-3} \text{ Ta } \omega_{+3}$$

Результати

Отримано:

1. **Рівняння руху** для узагальненої джозефсонівської драбинки з довільною кількістю рядів.
2. **Спектр малоамплітудних плоских хвиль** в такій драбинці.
3. Відповідні **амплітуди** для 3-рядної драбинки.

Показано:

1. Спектр містить одну плоску зону при довільній кількості рядів.
2. Плоска зона стає виродженою при нульовому зовнішньому струмі.
3. З частотою плоскої зони при ненульовому зовнішньому струмі збуджені лише горизонтальні контакти.
4. З дисперсивними частотами збуджені всі вертикальні та всі або майже всі горизонтальні контакти.

Дякую за увагу!